Επίλυση γραμμικών συστημάτων με ορίζουσα

Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο

Θεωρήστε τις ευθείες:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0, \\ \varepsilon_2 : &\quad A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0. \end{aligned}$$

Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο

Θεωρήστε τις ευθείες:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : \quad & A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0, \qquad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0, \\ \varepsilon_2 : \quad & A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0, \qquad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0. \end{aligned}$$

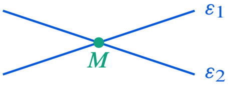
Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο

Θεωρήστε τις ευθείες:

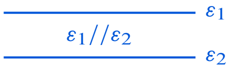
$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : \quad & A_1x + B_1y + \Gamma_1 = 0, \qquad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0, \\ \varepsilon_2 : \quad & A_2x + B_2y + \Gamma_2 = 0, \qquad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0. \end{aligned}$$

Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο:

1 τέμνονται



2 παράλληλες



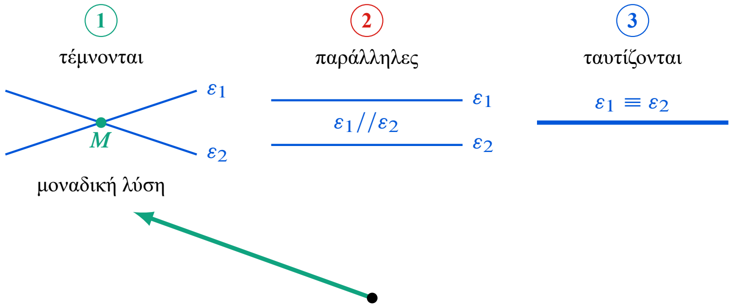
3 ταυτίζονται

Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο

Θεωρήστε τις ευθείες:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad A_1x + B_1y + \Gamma_1 = 0, &\quad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0,\\ \varepsilon_2 : &\quad A_2x + B_2y + \Gamma_2 = 0, &\quad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0. \end{aligned}$$

Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο:



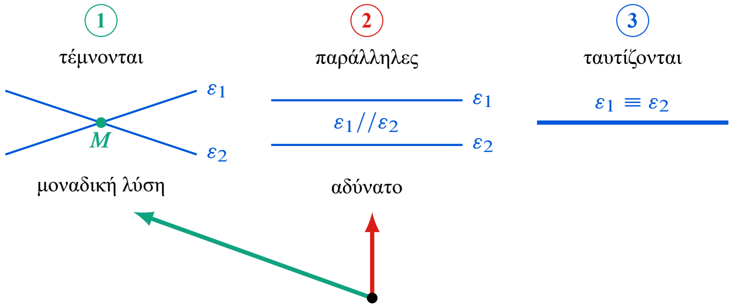
Λύνω το σύστημα: $\begin{cases} A_1x + B_1y + \Gamma_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + \Gamma_2 = 0 \end{cases}$

Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο

Θεωρήστε τις ευθείες:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : \quad & A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0, \qquad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0, \\ \varepsilon_2 : \quad & A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0, \qquad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0. \end{aligned}$$

Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο:



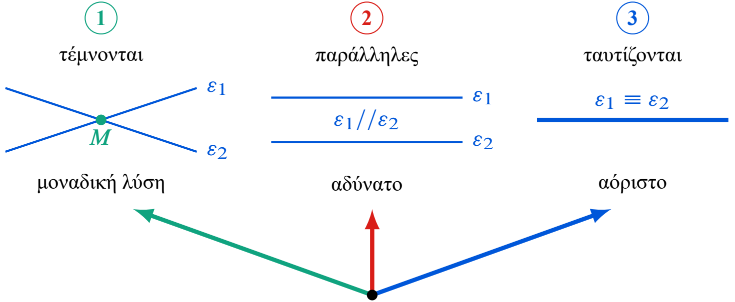
Λύνω το σύστημα: $\begin{cases} A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0 \\ A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0 \end{cases}$

Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο

Θεωρήστε τις ευθείες:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: \quad & A_1x + B_1y + \Gamma_1 = 0, \qquad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0, \\ \varepsilon_2: \quad & A_2x + B_2y + \Gamma_2 = 0, \qquad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0. \end{aligned}$$

Σχετική θέση δύο ευθειών στο επίπεδο:



Λύνω το σύστημα: $\begin{cases} A_1x + B_1y + \Gamma_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + \Gamma_2 = 0 \end{cases}$

Παραδείγματα εύρεσης σχετικής θέσης ευθειών

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 : x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : x - y + 1 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

Παραδείγματα εύρεσης σχετικής θέσης ευθειών

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 \colon x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 \colon x - y + 1 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

- Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2x + 2 = 0$, δηλαδή $x = -1$.

Παραδείγματα εύρεσης σχετικής θέσης ευθειών

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 \colon x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 \colon x - y + 1 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

- Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2x + 2 = 0$, δηλαδή $x = -1$.
- Αντικαθιστώντας την τιμή $x = -1$ σε μια από τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $y = 0$.

Παραδείγματα εύρεσης σχετικής θέσης ευθειών

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 : x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : x - y + 1 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

- Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2x + 2 = 0$, δηλαδή $x = -1$.
- Αντικαθιστώντας την τιμή $x = -1$ σε μια από τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $y = 0$.
- Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται στο σημείο $M(-1, 0)$.

Παραδείγματα εύρεσης σχετικής θέσης ευθειών

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 : x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : x - y + 1 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

- Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2x + 2 = 0$, δηλαδή $x = -1$.
- Αντικαθιστώντας την τιμή $x = -1$ σε μια από τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $y = 0$.
- Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται στο σημείο $M(-1, 0)$.

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 : x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : 2x + 2y + 4 = 0$.

Παραδείγματα εύρεσης σχετικής θέσης ευθειών

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 : x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : x - y + 1 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

- Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2x + 2 = 0$, δηλαδή $x = -1$.
- Αντικαθιστώντας την τιμή $x = -1$ σε μια από τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $y = 0$.
- Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται στο σημείο $M(-1, 0)$.

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 : x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 : 2x + 2y + 4 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 & \times(-2) \\ 2x + 2y + 4 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} -2x - 2y - 2 = 0 \\ 2x + 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2 = 0$, αδύνατο. Άρα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Παραδείγματα εύρεσης σχετικής θέσης ευθειών

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 \colon x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 \colon x - y + 1 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

- Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2x + 2 = 0$, δηλαδή $x = -1$.
- Αντικαθιστώντας την τιμή $x = -1$ σε μια από τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $y = 0$.
- Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται στο σημείο $M(-1, 0)$.

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 \colon x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 \colon 2x + 2y + 4 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 & \times(-2) \\ 2x + 2y + 4 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} -2x - 2y - 2 = 0 \\ 2x + 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2 = 0$, αδύνατο. Άρα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 \colon x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 \colon 2x + 2y + 2 = 0$.

Παραδείγματα εύρεσης σχετικής θέσης ευθειών

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 \colon x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 \colon x - y + 1 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$$

- Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2x + 2 = 0$, δηλαδή $x = -1$.
- Αντικαθιστώντας την τιμή $x = -1$ σε μια από τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $y = 0$.
- Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται στο σημείο $M(-1, 0)$.

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 \colon x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 \colon 2x + 2y + 4 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 & \times(-2) \\ 2x + 2y + 4 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} -2x - 2y - 2 = 0 \\ 2x + 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $2 = 0$, αδύνατο. Άρα $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Να βρεθεί η σχετική θέση των ευθειών $\varepsilon_1 \colon x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2 \colon 2x + 2y + 2 = 0$.

$$\begin{cases} x + y + 1 = 0 & \times(-2) \\ 2x + 2y + 2 = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} -2x - 2y - 2 = 0 \\ 2x + 2y + 2 = 0 \end{cases}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο εξισώσεις, έχω ότι $0 = 0$, αόριστο. Άρα $\varepsilon_1 \equiv \varepsilon_2$.

Η ορίζουσα

Μέθοδοι επίλυσης γραμμικού συστήματος 2×2:

- Μέθοδος αντίθετων συντελεστών.
- Μέθοδος της αντικατάστασης.
- Μέθοδος των οριζουσών.

Η ορίζουσα

Μέθοδοι επίλυσης γραμμικού συστήματος 2×2:

- Μέθοδος αντίθετων συντελεστών.
- Μέθοδος της αντικατάστασης.
- Μέθοδος των οριζουσών.

Η μέθοδος των οριζουσών είναι ο σύγχρονος τρόπος επίλυσης γραμμικού συστήματος:

- Γρήγορη επίλυση!
- Είναι η μέθοδος που χρησιμοποιούν οι υπολογιστές.
- Εφαρμόζετε εύκολα σε γραμμικά συστήματα $n \times n$.

Η ορίζουσα

Μέθοδοι επίλυσης γραμμικού συστήματος 2×2:

- Μέθοδος αντίθετων συντελεστών.
- Μέθοδος της αντικατάστασης.
- Μέθοδος των οριζουσών.

Η μέθοδος των οριζουσών είναι ο σύγχρονος τρόπος επίλυσης γραμμικού συστήματος:

- Γρήγορη επίλυση!
- Είναι η μέθοδος που χρησιμοποιούν οι υπολογιστές.
- Εφαρμόζετε εύκολα σε γραμμικά συστήματα $n \times n$.

Η ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} = \alpha\delta - \gamma\beta.$$

Παραδείγματα:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Η ορίζουσα

Μέθοδοι επίλυσης γραμμικού συστήματος 2×2:

- Μέθοδος αντίθετων συντελεστών.
- Μέθοδος της αντικατάστασης.
- Μέθοδος των οριζουσών.

Η μέθοδος των οριζουσών είναι ο σύγχρονος τρόπος επίλυσης γραμμικού συστήματος:

- Γρήγορη επίλυση!
- Είναι η μέθοδος που χρησιμοποιούν οι υπολογιστές.
- Εφαρμόζετε εύκολα σε γραμμικά συστήματα $n \times n$.

Η ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} = \alpha\delta - \gamma\beta.$$

Παραδείγματα:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Η ορίζουσα

Μέθοδοι επίλυσης γραμμικού συστήματος 2×2:

- Μέθοδος αντίθετων συντελεστών.
- Μέθοδος της αντικατάστασης.
- Μέθοδος των οριζουσών.

Η μέθοδος των οριζουσών είναι ο σύγχρονος τρόπος επίλυσης γραμμικού συστήματος:

- Γρήγορη επίλυση!
- Είναι η μέθοδος που χρησιμοποιούν οι υπολογιστές.
- Εφαρμόζετε εύκολα σε γραμμικά συστήματα $n \times n$.

Η ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} = \alpha\delta - \gamma\beta.$$

Παραδείγματα:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Η ορίζουσα

Μέθοδοι επίλυσης γραμμικού συστήματος 2×2:

- Μέθοδος αντίθετων συντελεστών.
- Μέθοδος της αντικατάστασης.
- Μέθοδος των οριζουσών.

Η μέθοδος των οριζουσών είναι ο σύγχρονος τρόπος επίλυσης γραμμικού συστήματος:

- Γρήγορη επίλυση!
- Είναι η μέθοδος που χρησιμοποιούν οι υπολογιστές.
- Εφαρμόζετε εύκολα σε γραμμικά συστήματα $n \times n$.

Η ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} = \alpha\delta - \gamma\beta.$$

Παραδείγματα:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2.$$

Η ορίζουσα

Μέθοδοι επίλυσης γραμμικού συστήματος 2×2:

- Μέθοδος αντίθετων συντελεστών.
- Μέθοδος της αντικατάστασης.
- Μέθοδος των οριζουσών.

Η μέθοδος των οριζουσών είναι ο σύγχρονος τρόπος επίλυσης γραμμικού συστήματος:

- Γρήγορη επίλυση!
- Είναι η μέθοδος που χρησιμοποιούν οι υπολογιστές.
- Εφαρμόζετε εύκολα σε γραμμικά συστήματα $n \times n$.

Η ορίζουσα:

$$\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} = \alpha\delta - \gamma\beta.$$

Παραδείγματα:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 1, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2.$$

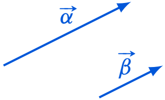
Σχέσεις αναλογίας:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \iff \alpha\delta = \gamma\beta \iff \alpha\delta - \gamma\beta = 0 \iff \begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} = 0$$

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

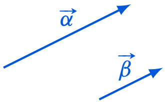
$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$



Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$



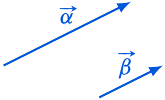
Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$



Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

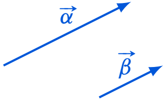
Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$. Οπότε

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} \lambda x_2 & \lambda y_2 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \lambda x_2 y_2 - \lambda x_2 y_2 = 0$$

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$



Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$. Οπότε

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} \lambda x_2 & \lambda y_2 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \lambda x_2 y_2 - \lambda x_2 y_2 = 0$$

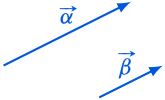
Η συνθήκη παραλληλίας με την βοήθεια της ορίζουσας:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$$

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$



Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$. Οπότε

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} \lambda x_2 & \lambda y_2 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \lambda x_2 y_2 - \lambda x_2 y_2 = 0$$

Η συνθήκη παραλληλίας με την βοήθεια της ορίζουσας:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$$

Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \neq 0$, τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ **δεν** είναι παράλληλα!

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$

Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

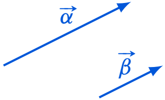
Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$. Οπότε

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} \lambda x_2 & \lambda y_2 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \lambda x_2 y_2 - \lambda x_2 y_2 = 0$$

Η συνθήκη παραλληλίας με την βοήθεια της ορίζουσας:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$$

Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \neq 0$, τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ **δεν** είναι παράλληλα!



Είναι παράλληλα;

- $\vec{\alpha} = (1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, 3)$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$$

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$

Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

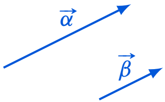
Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$. Οπότε

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} \lambda x_2 & \lambda y_2 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \lambda x_2 y_2 - \lambda x_2 y_2 = 0$$

Η συνθήκη παραλληλίας με την βοήθεια της ορίζουσας:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$$

Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \neq 0$, τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ **δεν** είναι παράλληλα!



Είναι παράλληλα;

- $\vec{\alpha} = (1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, 3)$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1 \quad \text{όχι!}$$

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$

Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

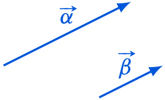
Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$. Οπότε

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} \lambda x_2 & \lambda y_2 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \lambda x_2 y_2 - \lambda x_2 y_2 = 0$$

Η συνθήκη παραλληλίας με την βοήθεια της ορίζουσας:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$$

Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \neq 0$, τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ **δεν** είναι παράλληλα!



Είναι παράλληλα;

- $\vec{\alpha} = (1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, 3)$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1 \quad \text{όχι!}$$

- $\vec{\alpha} = (-1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, -4)$:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$$

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$

Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

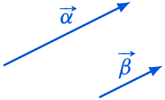
Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$. Οπότε

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} \lambda x_2 & \lambda y_2 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \lambda x_2 y_2 - \lambda x_2 y_2 = 0$$

Η συνθήκη παραλληλίας με την βοήθεια της ορίζουσας:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$$

Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \neq 0$, τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ **δεν** είναι παράλληλα!



Είναι παράλληλα;

- $\vec{\alpha} = (1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, 3)$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1 \quad \text{όχι!}$$

- $\vec{\alpha} = (-1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, -4)$:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ναι!}$$

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$

Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

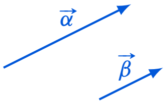
Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$. Οπότε

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} \lambda x_2 & \lambda y_2 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \lambda x_2 y_2 - \lambda x_2 y_2 = 0$$

Η συνθήκη παραλληλίας με την βοήθεια της ορίζουσας:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$$

Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \neq 0$, τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ **δεν** είναι παράλληλα!



Είναι παράλληλα;

- $\vec{\alpha} = (1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, 3)$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1 \quad \text{όχι!}$$

- $\vec{\alpha} = (-1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, -4)$:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ναι!}$$

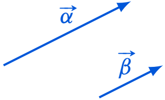
- $\vec{\alpha} = (4, 1)$, $\vec{\beta} = (1, 1/2)$:

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1/2 \end{vmatrix}$$

Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα, τότε

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta}, \quad \lambda \in \mathbb{R}^*.$$



Η ορίζουσα των $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$:

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1$$

Αν $\vec{\alpha} // \vec{\beta}$, τότε $\vec{\alpha} = \lambda \vec{\beta} \Rightarrow \vec{\alpha} = (\lambda x_2, \lambda y_2)$. Οπότε

$$\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} \lambda x_2 & \lambda y_2 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = \lambda x_2 y_2 - \lambda x_2 y_2 = 0$$

Η συνθήκη παραλληλίας με την βοήθεια της ορίζουσας:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 0$$

Αν $\det(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) \neq 0$, τότε τα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ **δεν** είναι παράλληλα!

Είναι παράλληλα;

- $\vec{\alpha} = (1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, 3)$:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1 \quad \text{όχι!}$$

- $\vec{\alpha} = (-1, 2)$, $\vec{\beta} = (2, -4)$:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{ναι!}$$

- $\vec{\alpha} = (4, 1)$, $\vec{\beta} = (1, 1/2)$:

$$\begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1/2 \end{vmatrix} = 1 \quad \text{όχι!}$$

Συνθήκη παραλληλίας ευθειών

Θεωρήστε τις ευθείες:

$$\varepsilon_1 : \quad A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0, \qquad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0,$$
$$\varepsilon_2 : \quad A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0, \qquad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0,$$

Συνθήκη παραλληλίας ευθειών

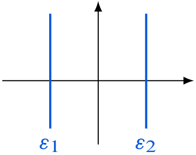
Θεωρήστε τις ευθείες:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: \quad & A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0, \qquad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0, \\ \varepsilon_2: \quad & A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0, \qquad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0, \end{aligned}$$

(1) Αν $B_1, B_2 = 0$ (οπότε $A_1, A_2 \neq 0$), τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$:

$$\varepsilon_1 : x = -\frac{\Gamma_1}{A_1}, \qquad \varepsilon_2 : x = -\frac{\Gamma_2}{A_2}.$$

1



Συνθήκη παραλληλίας ευθειών

Θεωρήστε τις ευθείες:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : \quad & A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0, \qquad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0, \\ \varepsilon_2 : \quad & A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0, \qquad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0, \end{aligned}$$

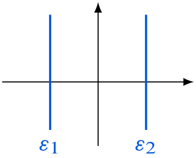
(1) Αν $B_1, B_2 = 0$ (οπότε $A_1, A_2 \neq 0$), τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$:

$$\varepsilon_1 : x = -\frac{\Gamma_1}{A_1}, \qquad \varepsilon_2 : x = -\frac{\Gamma_2}{A_2}.$$

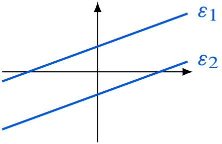
(2) Αν $B_1, B_2 \neq 0$, τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ αν και μόνο αν

$$\lambda_1 = -\frac{A_1}{B_1} = -\frac{A_2}{B_2} = \lambda_2.$$

1



2



Συνθήκη παραλληλίας ευθειών

Θεωρήστε τις ευθείες:

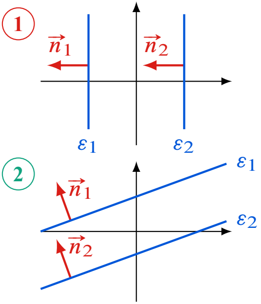
$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &: \quad A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0, \qquad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0, \qquad \varepsilon_1 \perp \vec{n}_1 = (A_1, B_1), \\ \varepsilon_2 &: \quad A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0, \qquad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0, \qquad \varepsilon_2 \perp \vec{n}_2 = (A_2, B_2). \end{aligned}$$

(1) Αν $B_1, B_2 = 0$ (οπότε $A_1, A_2 \neq 0$), τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$:

$$\varepsilon_1 : x = -\frac{\Gamma_1}{A_1}, \qquad \varepsilon_2 : x = -\frac{\Gamma_2}{A_2}.$$

(2) Αν $B_1, B_2 \neq 0$, τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ αν και μόνο αν

$$\lambda_1 = -\frac{A_1}{B_1} = -\frac{A_2}{B_2} = \lambda_2.$$



Ορίζουμε την ορίζουσα D των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ως

$$D = \det(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = A_1 B_2 - A_2 B_1.$$

Συνθήκη παραλληλίας ευθειών

Θεωρήστε τις ευθείες:

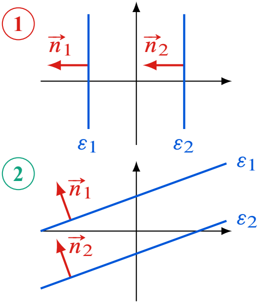
$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &: \quad A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0, \quad A_1 \neq 0 \text{ ή } B_1 \neq 0, \quad \varepsilon_1 \perp \vec{n}_1 = (A_1, B_1), \\ \varepsilon_2 &: \quad A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0, \quad A_2 \neq 0 \text{ ή } B_2 \neq 0, \quad \varepsilon_2 \perp \vec{n}_2 = (A_2, B_2). \end{aligned}$$

(1) Αν $B_1, B_2 = 0$ (οπότε $A_1, A_2 \neq 0$), τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$:

$$\varepsilon_1 : x = -\frac{\Gamma_1}{A_1}, \qquad \varepsilon_2 : x = -\frac{\Gamma_2}{A_2}.$$

(2) Αν $B_1, B_2 \neq 0$, τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ αν και μόνο αν

$$\lambda_1 = -\frac{A_1}{B_1} = -\frac{A_2}{B_2} = \lambda_2.$$



Ορίζουμε την ορίζουσα D των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ως

$$D = \det(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = A_1 B_2 - A_2 B_1.$$

Για τις ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, έχουμε:

- αν $D = 0$, τότε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$,
- αν $D \neq 0$, τότε τέμνονται.

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 : &\quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2: &\quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 : &\quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2: &\quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2: &\quad -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : \quad & 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 : \quad & x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : \quad & 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2 : \quad & -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 : &\quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2 : &\quad -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 = \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 : &\quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2 : &\quad -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 = \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \qquad D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 : &\quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 : &\quad 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2 : &\quad -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 = \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: \quad 3x + y + 3 &= 0, \\ \varepsilon_2: \quad x + y - 1 &= 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: \quad 4x - 6y + 2 &= 0, \\ \varepsilon_2: \quad -2x + 3y - 1 &= 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 = \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2: &\quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2: &\quad -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 = \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 2x - 6y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2: &\quad -x + 3y - 5 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2: &\quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2: &\quad -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 = \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 2x - 6y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2: &\quad -x + 3y - 5 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: \quad & 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2: \quad & x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: \quad & 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2: \quad & -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 = \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: \quad & 2x - 6y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2: \quad & -x + 3y - 5 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 \neq \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες!

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 :& \quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 :& \quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 :& \quad 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2 :& \quad -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 = \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 :& \quad 2x - 6y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 :& \quad -x + 3y - 5 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 \neq \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες!

$$D_x = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = \qquad D_y = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} =$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &: \quad 3x + y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 &: \quad x + y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &: \quad 4x - 6y + 2 = 0, \\ \varepsilon_2 &: \quad -2x + 3y - 1 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 = \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0, \quad D_y = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &: \quad 2x - 6y + 3 = 0, \\ \varepsilon_2 &: \quad -x + 3y - 5 = 0. \end{aligned} \qquad D = \begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2) \times \varepsilon_2 \neq \varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες!

$$D_x = \begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = -21 \neq 0, \quad D_y = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} =$$

Γρήγορη εξακρίβωση αν δύο ευθείες τέμνονται

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 3x+y+3=0, \\ \varepsilon_2: &\quad x+y-1=0. \end{aligned} \qquad D=\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=2.$$

Οι ευθείες ε_1 και ε_2 τέμνονται!

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 4x-6y+2=0, \\ \varepsilon_2: &\quad -2x+3y-1=0. \end{aligned} \qquad D=\begin{vmatrix} 4 & -6 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}=0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2)\times\varepsilon_2=\varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 ταυτίζονται!

$$D_x=\begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}=0, \quad D_y=\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}=0.$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1: &\quad 2x-6y+3=0, \\ \varepsilon_2: &\quad -x+3y-5=0. \end{aligned} \qquad D=\begin{vmatrix} 2 & -6 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}=0.$$

Παρατηρώ ότι $(-2)\times\varepsilon_2\neq\varepsilon_1$: Άρα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες!

$$D_x=\begin{vmatrix} 3 & -6 \\ -5 & 3 \end{vmatrix}=-21\neq 0, \quad D_y=\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{vmatrix}=-7\neq 0.$$

Επίλυση συστήματος με την μέθοδο των οριζουσών

$$\begin{cases} \varepsilon_1 : \ A_1 x + B_1 y + \Gamma_1 = 0, \\ \varepsilon_2 : \ A_2 x + B_2 y + \Gamma_2 = 0. \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix}, \quad D_x = \begin{vmatrix} \Gamma_1 & B_1 \\ \Gamma_2 & B_2 \end{vmatrix}, \quad D_y = \begin{vmatrix} A_1 & \Gamma_1 \\ A_2 & \Gamma_2 \end{vmatrix}.$$

Ορίζουσα	Σχετική θέση των ευθειών	Λύσεις του συστήματος
$D \neq 0$	**τέμνονται**	**μοναδική λύση**: $x = -\frac{D_x}{D}, y = -\frac{D_y}{D}$
$D = 0, \ \ D_x, D_y \neq 0$	**παράλληλες**	**αδύνατο**
$D = D_x = D_y = 0$	**ταυτίζονται**	**αόριστο** (άπειρες λύσεις)